

Esercizio 1. Sia W il seguente sottospazio di \mathbb{R}^3 :

$$W = \text{Span} \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} k \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}.$$

Al variare del parametro k , trovare la dimensione e una base del sottospazio ortogonale W^\perp .

Esercizio 2. Trovare una base ortonormale del seguente sottospazio di \mathbb{R}^3 :

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid 3x - 4y + 2z = 0 \right\}.$$

Esercizio 3. Si consideri il seguente sottospazio di \mathbb{R}^4 :

$$W = \text{Span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Determinare lo spazio ortogonale W^\perp e trovarne una base.

Esercizio 4. Trovare basi ortonormali di autovettori delle seguenti matrici simmetriche:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$