

Esercizio 1. Per le matrici seguenti

- a) determinare gli autovalori e autovettori;
- b) decidere se la matrice è diagonalizzabile su \mathbb{R} ;

Attenzione! In alcuni esercizi un parametro reale a è presente. In questi casi le risposte possono dipendere dal valore di a .

(1)

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -2 & -2 & -2 \end{bmatrix}$$

(2)

$$\begin{bmatrix} 1 & a & 0 \\ 1 & a & 1 \\ 0 & -a & 1 \end{bmatrix}$$

(3)

$$\begin{bmatrix} 0 & 2a & a \\ 0 & a+2 & 0 \\ a & -2 & a^2-1 \end{bmatrix}$$

(4)

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -16 \\ 1 & 0 & 0 & -8 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

Esercizio 2. Si considera la matrice reale

$$\begin{pmatrix} 0 & a & 7 & 6 \\ -3 & 4 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

dove $a \in \mathbb{R}$ è un parametro.

- (1) Per quali valori di a la matrice ammette 4 autovalori distinti?
- (2) Per quali valori di a la matrice ammette un autovalore di molteplicità algebrica 3?
- (3) Per quali valori di a la matrice ammette un autovalore di molteplicità geometrica 3?

Esercizio 3. Decidere se la matrice

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

è diagonalizzabile su \mathbb{R} . E su \mathbb{C} ? Nel caso positivo determinare una base di autovettori.