

Operazioni di macchina (virgola mobile)

Il risultato di operazioni aritmetiche tra numeri di macchina può produrre valori non rappresentabili (per esempio $123 + 0.456$ se abbiamo solo 3 cifre). Le operazioni di macchina approssimano il risultato in modo che sia un numero di macchina:

$$a \oplus b = \text{fl}(a + b) = \underbrace{(a + b)(1 + \epsilon)}_{\substack{\text{a meno di} \\ \text{over/underflow}}},$$

dove $\epsilon < u$ è detto *errore locale dell'operazione*.

Se a e b non sono numeri di macchina, allora:

$$\begin{aligned} a + b &\rightarrow \tilde{a} \oplus \tilde{b} \\ &= (a(1 + \epsilon_a) + b(1 + \epsilon_b))(1 + \epsilon) \\ &\doteq (a + b) + a\epsilon_a + b\epsilon_b + (a + b)\epsilon \end{aligned}$$

L'errore totale dell'operazione sarà:

$$\begin{aligned} \epsilon_{\text{tot}} &= \frac{(\tilde{a} \oplus \tilde{b}) - (a + b)}{a + b} \\ &= \frac{a + b + a\epsilon_a + b\epsilon_b + (a + b)\epsilon - (a + b)}{a + b} \\ &= \underbrace{\frac{a}{a + b}\epsilon_a + \frac{b}{a + b}\epsilon_b}_{\text{errore inerente}} + \underbrace{\epsilon}_{\text{errore algoritmico}} \end{aligned}$$