

# Compatibilità tra norma vettoriale e matriciale

Data la norma matriciale  $\|\cdot\|_M$  indotta dalla norma vettoriale  $\|\cdot\|_v$ ,

$$\forall A, v. \|Av\|_v \leq \|A\|_M \|v\|_v.$$

## Dimostrazione

$$v = 0: \|Av\|_v = 0 = \|A\|_M \|v\|_v;$$

$$v \neq 0$$

$$\begin{aligned} \|Av\| &\leq \|A\| \|v\| \\ \iff \frac{\|Av\|}{\|v\|} &\leq \|A\| \\ \iff \frac{\|Av\|}{\|v\|} &\leq \max_{\|x\|=1} \|Ax\| \\ \iff \left\| A \underbrace{\frac{v}{\|v\|}}_u \right\| &\leq \max_{\|x\|=1} \|Ax\| \\ \iff \|Au\| &\leq \max_{\|x\|=1} \|Ax\|, \end{aligned}$$

che è vero perché  $\|u\| = 1$ .