

Sistema di dimostrazioni per il calcolo proposizionale

Il sistema di dimostrazioni $\mathcal{S}_{\Leftrightarrow}$ sull'insieme di formule $Prop$ è costituito dalle regole di inferenza proprie *Transitività* e *Principio di sostituzione* e, come assiomi, dall'insieme delle leggi del calcolo proposizionale.

$$\frac{Q \Leftrightarrow R}{P \Leftrightarrow P[R/Q]}[\mathbf{PDS}] \qquad \frac{P \Leftrightarrow Q \quad Q \Leftrightarrow R}{P \Leftrightarrow R}[\mathbf{TR}]$$

Tautologie come premesse

Se $\Gamma \subseteq Prop$ contiene solo tautologie e $\Gamma \vdash_{\mathcal{S}_{\Leftrightarrow}} P$, allora P è una tautologia.

Dimostrazione

Per la correttezza del proof system $\Gamma \models P$, quindi P è vera per tutti i modelli di Γ , che essendo un insieme di tautologie ha come modelli tutte le interpretazioni, quindi P è una tautologia.

Esempio

TODO