

Condizione necessaria e sufficiente di ottimalità per il problema di flusso massimo

Un flusso ammissibile x è di valore massimo se e solo se non esiste un cammino aumentante rispetto a x .

Dimostrazione

Se esiste un cammino aumentante rispetto a x , spedendo lungo tale cammino un flusso che rispetta le capacità residue si ottiene un altro flusso ammissibile di valore maggiore.

Se non esiste, si può definire il taglio (N_s, N_t) , dove

- $N_s = \{i \in N \mid \text{esiste in } G(x) \text{ un cammino orientato da } s \text{ a } i\}$;
- $N_t = N \setminus N_s$.

Per come è stato definito, il taglio è ammissibile e $x(N_s, N_t) = u(N_s, N_t)$, quindi per il teorema max-flow min-cut x è di valore massimo.