# Teorema limite centrale

Data la successione $X_1, X_2, \ldots$ di v.a. indipendenti, equidistribuite, con momento secondo, e con valore atteso $\mu = E[X_i]$ e varianza $\sigma^2 > 0$ ($\Rightarrow X_i$ non costanti), allora:

$$\lim_{n\to+\infty} P\left(a \leq \frac{X_1 + \cdots + X_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \leq b\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-\frac{x^2}{2}} \mathrm{d}x = \Phi(b) - \Phi(a)$$

per qualsiasi $-\infty \leq a < b \leq +\infty$.

In pratica: per $n$ grande ($\geq 50$),

$$\frac{X_1 + \cdots + X_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} = \sqrt{n}\frac{\overline{X}_n - \mu}{\sigma} \approx N(0,1)$$

$$\underbrace{\frac{X_1 + \cdots + X_n}{n} \approx N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)}_{\text{vale esattamente se } X_i \sim N(\mu,\sigma^2)}$$

Si usa spesso con variabili binomiali, visto che sono la somma di $n$ Bernoulli.

A differenza della legge dei grandi numeri, qui le variabili devono necessariamente essere indipendenti ed equidistribuite.