

Disuguaglianza di Chebyshev (variabili aleatorie)

$$P(|X - E[X]| > d) \leq \frac{\text{var}(X)}{d^2}$$

Dimostrazione

Usiamo la disuguaglianza di Markov con $Y = (X - E[X])^2$ e $a = d^2$:

$$\begin{aligned} E[Y] &\geq aP(Y \geq a) \\ \text{var}(X) &\geq d^2 P((X - E[X])^2 \geq d^2) \\ &= d^2 P(|X - E[X]| \geq d). \end{aligned}$$